Questão 3

João deseja adquirir um telefone celular. Dois planos lhe são oferecidos:

I. Plano alfa: *Se o consumo não ultrapassar 100 minutos, o preço por minuto será de R$ 0,70. Se o consumo ultrapassar 100, mas não for maior que 400 minutos, o preço por minuto terá um desconto de R$ 0,001 (um milésimo de real) multiplicado pelo número de minutos que exceder o consumo de 100 minutos. Se o consumo ultrapassar 400 minutos, o preço por minuto será de R$ 0,40.*

II. Plano beta: *Há um preço fixo de R$ 50,00, com o direito de uso de 87 minutos (franquia) de ligação, e o minuto excedente custará R$ 0,80.*

Para quantos minutos de ligação o plano beta é o mais vantajoso?

Resolução

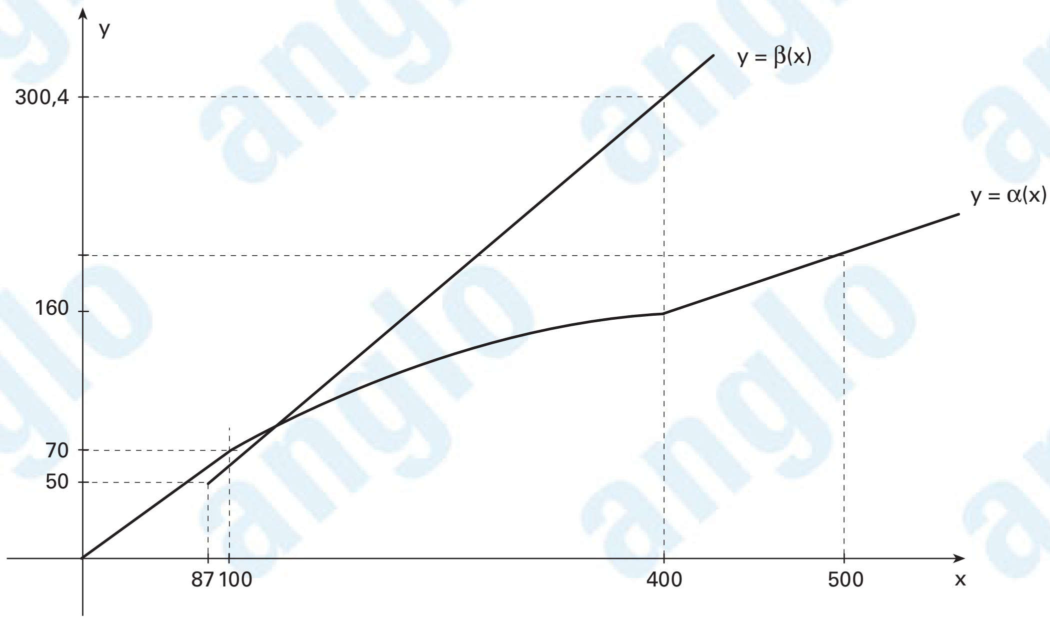
Sendo x o número de minutos e y, em R$, o valor da conta, temos:
no plano alfa, com $y = \alpha(x)$, temos:

$$\begin{cases} 0 \leqslant x \leqslant 100 \Rightarrow y = 0{,}70x \\ 100 < x \leqslant 400 \Rightarrow y = [0{,}70 - 0{,}001(x - 100)]x = \dfrac{(800 - x) \cdot x}{1000} \\ x > 400 \Rightarrow y = 0{,}40x \end{cases}$$

no plano beta, com $y = \beta(x)$, temos:

$$\begin{cases} 0 \leqslant x \leqslant 87 \Rightarrow y = 50 \\ x > 87 \Rightarrow y = 50 + 0{,}80(x - 87) = 0{,}8x - 19{,}6 \end{cases}$$

Vejamos os esboços dos gráficos dessas funções.



Com $0 \leqslant x \leqslant 100$ e $\alpha(x) = \beta(x)$, temos:

$$0{,}7x = 50 \;\therefore\; x = \frac{500}{7} \quad (\approx 71{,}4)$$

Com $100 < x \leqslant 400$ e $\alpha(x) = \beta(x)$, temos:

$$\frac{(800 - x)x}{1000} = 0{,}8x - 19{,}6$$

$$800x - x^2 = 800x - 19600$$

$$x^2 = 19600 \;\therefore\; x = 140$$

Com $x > 400$, temos $\alpha(x) < \beta(x)$.

Portanto, temos $\beta(x) < \alpha(x)$, se, e somente se, $\frac{500}{7} < x < 140$.

Resposta: Sendo x, em minutos, a soma dos tempos de ligação, o plano beta é o mais vantajoso para $\frac{500}{7} < x < 140$.