MATEMÁTICA

19 D

José e Geraldo foram a uma padaria e compraram 7 e 8 broas de milho, respectivamente. Luiz chegou logo após os dois e, como as broas de milho tinham acabado, propôs a José e Geraldo que dividissem com ele as que haviam comprado, de modo que cada um ficasse com 5 unidades. Feita a divisão, em agradecimento, Luiz deu R$ 5,25 aos amigos, sendo R$ 2,45 a José e o restante a Geraldo, causando a indignação de um deles, que reivindicou receber uma quantia maior. É correto afirmar que, por justiça,

a) tal reivindicação não procedia.

b) Geraldo deveria ter recebido R$ 3,05.

c) José deveria ter recebido R$ 2,70.

d) Geraldo deveria ter recebido R$ 0,35 a mais.

e) José deveria ter recebido R$ 0,30 a mais.

Resolução

Em reais, cada broa custou a Luiz a importância de $\frac{5,25}{5} = 1,05$. Pelas duas broas cedidas, José, que recebeu R\$ 2,45, deveria ter recebido R\$ 2,10.
Pelas três broas, Geraldo recebeu
R\$ 5,25 – R\$ 2,45 = R\$ 2,80, mas deveria ter recebido R\$ 3,15.
Portanto, Geraldo deveria ter recebido R\$ 0,35 a mais, pois R\$ 2,80 + R\$ 0,35 = R\$ 3,15.

20 E

Ao longo dos 3 000 km do percurso de um rali, um competidor usou os quatro pneus e mais o estepe de seu carro. Se todos os cinco pneus rodaram a mesma quilometragem, o número de quilômetros que cada um deles percorreu foi

a) 600 b) 750 c) 1 200 d) 1 500 e) 2 400

Resolução

Ao longo dos 3000 km do percurso do rali, os cinco pneus percorreram no total 4.3000 km = 12 000km.
Assim, o número de quilômetros que cada pneu percorreu foi 12 000km ÷ 5 = 2400km

21 C

Se a, b e c são números inteiros tais que

$c^a = b^{2a}$, $3^c = 3.9^a$ e $a + b + c = 16$, então é verdade que

a) $a < b < c$ b) $a < c < b$ c) $b < a < c$

d) $b < c < a$ e) $c < a < b$

Resolução

$$\begin{cases} c^a = b^{2a} \\ 3^c = 3.9^a \\ a + b + c = 16 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} c = b^2 \\ c = 2a + 1 \\ a + b + c = 16 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} c = b^2 \\ c = 2a + 1 \\ 9a^2 - 92a + 224 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 4 \\ b = 3 \\ c = 9 \end{cases} \Rightarrow b < a < c$$

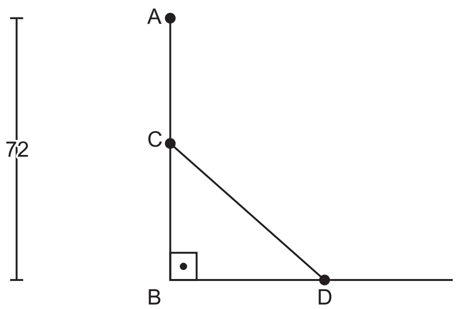
22 A

Dois navios navegavam pelo Oceano Atlântico, supostamente plano: X, à velocidade constante de 16 milhas por hora, e Y à velocidade constante de 12 milhas por hora. Sabe-se que às 15 horas de certo dia Y estava exatamente 72 milhas ao sul de X e que, a partir de então, Y navegou em linha reta para o leste, enquanto que X navegou em linha reta para o sul, cada qual mantendo suas respectivas velocidades. Nessas condições, às 17 horas e 15 minutos do mesmo dia, a distância entre X e Y, em milhas, era

a) 45 b) 48 c) 50 d) 55 e) 58

Resolução

Sendo A e B, respectivamente, as posições dos navios X e Y às 15 horas de um certo dia, e C e D, respectivamente, as posições dos navios X e Y às 17 horas e 15 minutos do mesmo dia, ou seja, 2 horas e 15 minutos mais tarde ($\frac{9}{4}$ de hora), temos:



I) *Com velocidades constantes de 16 milhas por hora e 12 milhas por hora, respectivamente, os navios X e Y percorrem AC e BD. Assim, temos:*

$AC = \frac{9}{4} . 16 = 36$ *milhas*

$BD = \frac{9}{4} . 12 = 27$ *milhas*

II) *No triângulo retângulo BCD, temos:*
$(CD)^2 = (BD)^2 + (BC)^2$, *com* $BC = AB - AC = 36$
Assim, $(CD)^2 = 27^2 + 36^2 \Rightarrow CD = 45$ *milhas*

23 B

Sabe-se que a equação $x^4 + x^3 - 4x^2 + x + 1 = 0$ admite raízes inteiras. Se m é a maior das raízes **não** inteiras dessa equação, então o valor de $m + \dfrac{1}{m}$ é

a) – 6 b) – 3 c) 0 d) $\sqrt{5}$ e) $2\sqrt{5}$

Resolução

Sabendo que a equação $x^4 + x^3 - 4x^2 + x + 1 = 0$ admite raízes inteiras, conclui-se que o número 1 é raiz, e é raiz dupla, visto que, aplicando-se o dispositivo de Briot-Ruffini, temos:

1	1	– 4	1	1	1
1	2	– 2	– 1	0	1
1	3	1	0		

As demais raízes são tais que:

$$x^2 + 3x + 1 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{-3 \pm \sqrt{5}}{2}$$

Sendo m a maior dessas raízes, temos:

$m^2 + 3m + 1 = 0 \Leftrightarrow m^2 + 1 = -3m$ *e, portanto,*

$$m + \frac{1}{m} = \frac{m^2 + 1}{m} = \frac{-3m}{m} = -3$$

24 D

Uma loja colocou o seguinte anúncio na vitrine:

"O preço de qualquer camisa colorida é o dobro do preço de qualquer camisa branca." Lineu foi a essa loja e comprou 4 camisas coloridas e algumas brancas. Quando foi efetuar o pagamento, notou um acréscimo de 50% no valor da compra e, então, viu que, na nota fiscal, as camisas estavam com suas quantidades trocadas. Nessas condições, quantas camisas brancas foram compradas por Lineu?

a) 12 b) 13 c) 15 d) 16 e) 18

Resolução

*Se **b** for o preço de uma camisa branca, **2b** o de uma camisa colorida e **x** o número de camisas brancas que Lineu comprou, então:*

$4 . b + x . 2b = 1,5 . (4 . 2b + x . b) \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow 4 + 2x = 1,5(8 + x) \Leftrightarrow 0,5x = 12 - 4 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow 0,5x = 8 \Leftrightarrow x = 16$

25 B

Em uma urna há 10 cartões, cada qual marcado com apenas um dos números: 2, 5, 6, 7, 9, 13, 14, 19, 21 e 24. Para compor uma potência, devem ser sorteados sucessivamente e sem reposição dois cartões: no primeiro o número assinalado deverá corresponder à base da potência e no segundo, ao expoente. Assim, a probabilidade de que a potência obtida seja equivalente a um número par é de

a) 45% b) 40% c) 35% d) 30% e) 25%

Resolução

Existem 4 cartões, apenas, marcados com um número par (2,6,14,24). A probabilidade "de que a potência obtida seja equivalente a um mesmo par" é a mesma "de que o primeiro número sorteado seja par". Assim

$$P = \frac{4}{10} = 40\%$$

26 C

Considere que os elementos da matriz coluna, solução da equação matricial seguinte, são termos da matriz quadrada $A = (x_{ij})_{2x2}$.

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} . \begin{bmatrix} x_{11} \\ x_{12} \\ x_{21} \\ x_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 \\ 3 \\ 1 \\ 6 \end{bmatrix}$$

Se o determinante de A é igual a k, então o número de soluções da equação $\text{tg}\,\dfrac{kx}{4} = -1$, para $-2\pi < x < 2\pi$, é

a) 2 b) 4 c) 6 d) 8 e)10

Resolução

A partir da equação matricial, temos:

$$\begin{cases} x_{11} + x_{12} = 3 \\ x_{21} + x_{22} = 3 \\ x_{11} + x_{22} = 1 \\ x_{11} + x_{21} = 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_{11} = 2 \\ x_{12} = 1 \\ x_{21} = 4 \\ x_{22} = -1 \end{cases}$$

A matriz $A = (x_{ij})_{2x2} = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 4 & -1 \end{pmatrix}$ *tem*

det A = – 2 – 4 = – 6, e, portanto, k = det A = – 6

Para k = – 6, a equação resulta

$$\text{tg}\left(\frac{-6 . x}{4}\right) = -1 \Leftrightarrow \text{tg}\left(\frac{3x}{2}\right) = 1 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \frac{3x}{2} = \frac{\pi}{4} + n . \pi \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{6} + \frac{n.2\pi}{3}, n \in \mathbb{Z}$$

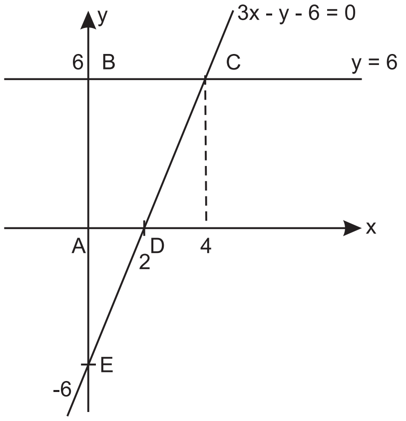
Para $-2\pi < x < 2\pi$, a equação apresenta 6 soluções, obtidas com $n \in \{-3, -2, -1, 0, 1, 2\}$.

27 E

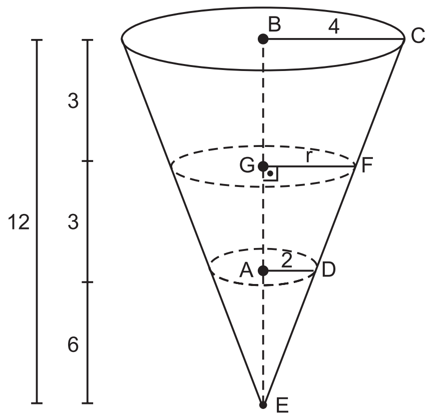
Considere o quadrilátero que se obtém unindo quatro das intersecções das retas de equações x = 0, y = 0, y = 6 e 3x – y – 6 = 0 e suponha que uma xícara tem o formato do sólido gerado pela rotação desse quadrilátero em torno do eixo das ordenadas. Assim sendo, qual o volume do café na xícara no nível da metade de sua altura?

a) 31π b) 29π c) 24π d) 21π e) 19π

Resolução



Representando graficamente, em um mesmo sistema de coordenadas, as retas de equações $x = 0$, $y = 0$, $y = 6$ e $3x - y - 6 = 0$, obtém-se o quadrilátero ABCD. Rotacionando-se o quadrilátero em torno do eixo das ordenadas, obtém-se o tronco de cone de bases paralelas, a seguir



Os triângulos ADE e GFE são semelhantes (AA~). Assim

$$\frac{GF}{AD} = \frac{GE}{AE} \Leftrightarrow \frac{r}{2} = \frac{9}{6} \Leftrightarrow r = 3$$

Sendo V o volume de café presente até a metade da altura da xícara, V_I o volume do cone de base com centro G e vértice E e V_{II}, o volume do cone de base com centro A e vértice E, temos:

$$V = V_I - V_{II} \Leftrightarrow V = \frac{1}{3}\pi \cdot 3^2 \cdot 9 - \frac{1}{3}\pi \cdot 2^2 \cdot 6 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow V = 19\pi \text{ (unidades de volume)}$$