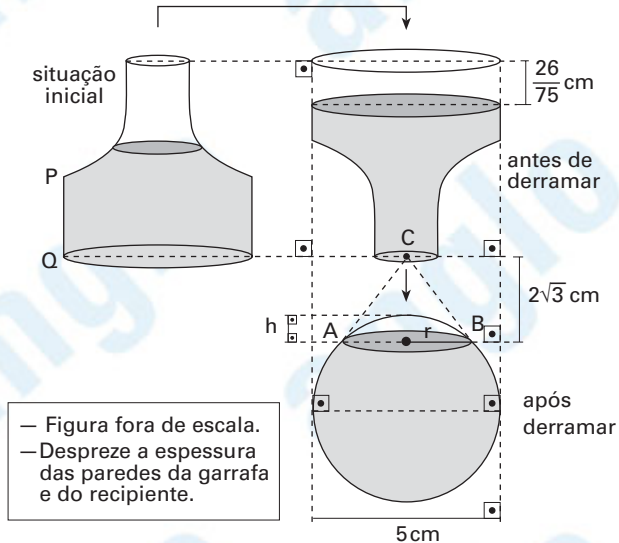


Questão 4

Uma garrafa de base e boca circulares está parcialmente cheia de água.

Com a boca tampada, a garrafa foi virada para baixo e, em seguida, a água foi derramada, sem desperdício, no interior de um recipiente esférico de volume igual ao da garrafa, como mostra a seqüência de figuras:



a) Sendo PQ a geratriz de um cilindro circular reto, calcule o volume de água contida na garrafa na situação inicial, em cm^3 .

b) Sendo C o centro da circunferência da boca da garrafa, AB o diâmetro do círculo determinado pelo nível de água na esfera, e ABC um triângulo equilátero, calcule a altura h da calota de ar na esfera, em cm .

Resolução

a) Sejam:

V : volume de água, em cm^3 , contido na garrafa;

V_g : volume da garrafa, em cm^3 ;

V_{ar} : volume de ar, em cm^3 , presente na garrafa parcialmente cheia.

Da seqüência de figuras apresentada, o recipiente esférico tem raio $\frac{5}{2}$ cm . Assim, $V_g = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot \left(\frac{5}{2}\right)^3 \therefore V_g = \frac{125\pi}{6}$.

Ainda, o volume de ar (V_{ar}) é igual ao volume de um cilindro circular reto de raio $\frac{5}{2}$ cm e altura $\frac{26}{75}$ cm . Assim,

$$V_{ar} = \pi \cdot \left(\frac{5}{2}\right)^2 \cdot \frac{26}{75} \therefore V_{ar} = \frac{13\pi}{6}$$

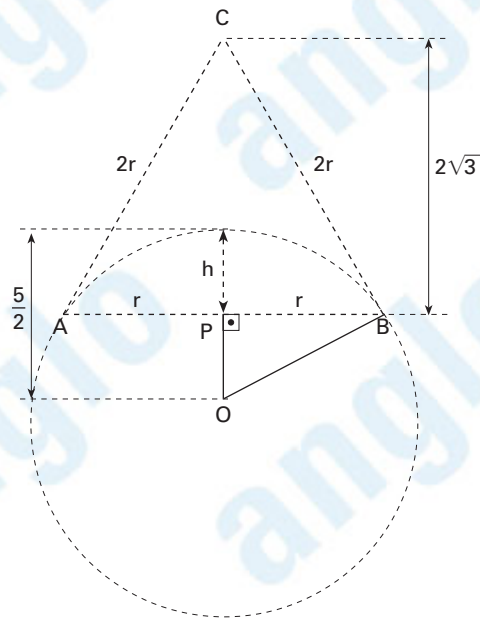
Portanto, $V = V_g - V_{ar}$

$$V = \frac{125\pi}{6} - \frac{13\pi}{6}$$

$$\therefore V = \frac{56\pi}{3}$$

Resposta: $\frac{56\pi}{3}$

b) Do enunciado, temos a figura, cotada em cm, em que O é o centro do recipiente esférico.



No triângulo equilátero ABC, temos:

$$\frac{2r \cdot \sqrt{3}}{2} = 2\sqrt{3} \quad \therefore r = 2$$

Aplicando-se o teorema de Pitágoras ao triângulo retângulo OPB, vem:

$$(OP)^2 + (PB)^2 = (OB)^2$$

$$(OP)^2 + 2^2 = \left(\frac{5}{2}\right)^2 \quad \therefore OP = \frac{3}{2}$$

Assim,

$$h = \frac{5}{2} - \frac{3}{2} \quad \therefore h = 1$$

Resposta: 1