Resolução do Simulado Fovest 2004 - Matemática

77 - Gabarito E

Resolvendo o sistema $\begin{cases} 1{,}02y = x \\ x = y + 1 \end{cases}$, encontramos y=50 e x=51.

Como $x^2-y^2=(x-y)(x+y)$, segue que $x^2-y^2=(51-50).(51+50)=101$

78 – Gabarito C

E,ABABAB...+8,CDCDCD...=(E+8),999...

Uma vez que 0,999...=1, segue que a soma será igual a E+9.

Como o maior valor possível para E é 9, segue que o maior valor da soma será 18.

79 – Gabarito B

Sabe-se que (1) $\frac{P_1 + 2P_2}{3} = M_A$, (2) $\frac{3P_1 + 7P_2}{10} = M_B$ e (3) $M_B = 0{,}02 + M_A$.

Substituindo (3) em (2) e, em seguida, resolvendo o sistema de equações (1) e (2) nas variáveis P_1 e P_2, encontramos $P_1 = M_A - 0{,}4$ e $P_2 = M_A + 0{,}2$.

A média aritmética entre P_1 e P_2 será dada por

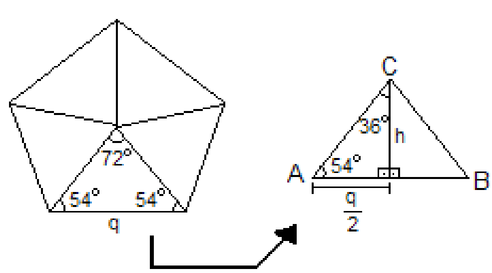
$$\frac{M_A - 0{,}4 + M_A + 0{,}2}{2} \Rightarrow M_A - 0{,}1$$

80 – Gabarito D

De razões trigonométricas de arcos complementares e da relação fundamental da trigonometria sabemos que:

$$\operatorname{sen} 36^\circ = \cos 54^0 = p \quad \text{e} \quad \cos 36^\circ = \operatorname{sen} 54^\circ = \sqrt{1-p^2}$$

A partir do centro de um pentágono regular podemos dividi-lo em 5 triângulos isósceles congruentes:



$$\operatorname{tg} 54^\circ = \frac{h}{\frac{q}{2}} \Rightarrow \frac{\operatorname{sen} 54^\circ}{\cos 54^0} = \frac{h}{\frac{q}{2}} \Rightarrow \frac{\sqrt{1-p^2}}{p} = \frac{h}{\frac{q}{2}} \Rightarrow h = \frac{q\sqrt{1-p^2}}{2p}$$

A área do pentágono será 5 vezes a área do triângulo ABC:

$$A = 5.q.\frac{q\sqrt{1-p^2}}{2p}.\frac{1}{2} \quad \Rightarrow \quad A = \frac{5q^2\sqrt{1-p^2}}{4p}$$

81 – Gabarito E

Queremos encontrar o valor de $\begin{vmatrix} a & 3 \\ b & 2 \end{vmatrix} = 2a - 3b$. Segue que:

$$\begin{cases} f(x) = ax + 3 \\ g(x) = bx + 2 \end{cases} \qquad \begin{matrix} (f\,o g)(x) = (g\,o f)(x) \\ a(bx+2)+3 = b(ax+3)+2 \;\Rightarrow\; 2a - 3b = -1 \end{matrix}$$

82 – Gabarito A

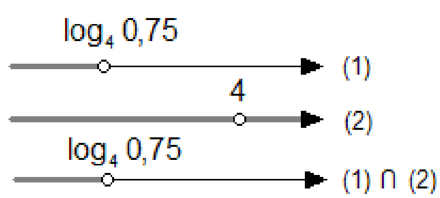
$(-x+4)^6$ será sempre positivo, ou igual a zero para x=4. Portanto, a solução da inequação será dada por $\begin{cases} 4^{x+1} - 3 < 0 & (1) \\ x \neq 4 & (2) \end{cases}$.

$$4^{x+1} < 3$$

$$\log_4 4^{x+1} < \log_4 3 \;\Rightarrow\; x + 1 < \log_4 3$$

$$x < \log_4 3 - \log_4 4 \Rightarrow x < \log_4 (3/4) \;\Rightarrow\; x < \log_4 0{,}75$$

Segue que:



83 – Gabarito C

$$\begin{cases} (-2)^4 - (-2)^3 + m.(-2)^2 + n.(-2) - 4 = 0 \\ 1^4 - 1^3 + m.1^2 + n.1 - 4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2m - n = -10 \\ m + n = 4 \end{cases} \;\Rightarrow\; m = -2 \text{ e } n = 6$$

Como –2 e 1 são raízes da equação $x^4 - x^3 - 2x^2 + 6x - 4 = 0$, segue que:

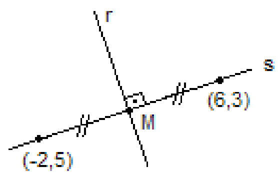
-2	1	-1	-2	6	-4
1	1	-3	4	-2	0
	1	-2	2	0	

$$x^2 - 2x + 2 = 0 \;\Rightarrow\; x_1 = 1 + i \;\text{ e }\; x_2 = 1 - i$$

Portanto, $x_1 + x_2 = 2$

84 – Gabarito D

A reta r é a mediatriz do segmento de extremos (-2,5) e (6,3), que pode ser determinada da seguinte forma:



$$x_M = \frac{-2+6}{2} = 2 \ , \ y_M = \frac{5+3}{2} = 4 \ , \ m_s = \frac{5-3}{-2-6} = -\frac{1}{4} \quad e \quad m_r = 4$$

$y = m_r x + n$

$4 = 4.2 + n \Rightarrow n = -4 \quad e \quad r: 4x - y - 4 = 0$

A menor distância entre (0,0) e r será:

$$\frac{|4.0 - 1.0 - 4|}{\sqrt{16+1}} \Rightarrow \frac{4\sqrt{17}}{17}$$

85 – Gabarito B

As vinte menores imagens de f formam uma P.A. com $a_1 = -1$ e $r = 3$.
Portanto:

$a_{20} = -1 + 19.3 = 56$

$$S_{20} = \frac{(-1+56).20}{2} = 550$$

86 – Gabarito C

Como $\Delta ACE \sim \Delta BCD$, temos que x=2y (1).
Uma vez que a área do triângulo BCD é igual a do trapézio ABDE, teremos:

$$\frac{xy}{2} = \frac{(y+5).(10-x)}{2} \quad (2).$$

Substituindo (1) em (2), segue que 4y²=50, ou seja, $y = \frac{5\sqrt{2}}{2}$ e $x = 5\sqrt{2}$,

Portanto, $x + y = 7{,}5\sqrt{2}$

87 – Gabarito A

A probabilidade procurada é igual a:

$$\frac{C_{18,3}}{C_{30,3}} = \frac{\frac{18!}{15!3!}}{\frac{30!}{27!3!}} = \frac{816}{4060} \approx 0{,}20 = 20\%$$

88 – Gabarito E

Pelo teorema de Pitágoras, descobrimos que o apótema da pirâmide é 5 cm. Dessa forma, a área total na situação inicial será:

$$A_1 = 6^2 + 4.\frac{6.5}{2} \Rightarrow A_1 = 96\,cm^2$$

Após o aumento da altura para 5 cm, o apótema da pirâmide será $\sqrt{34}$ cm, cuja aproximação a ser usada é 5,8. Portanto, a área total da nova pirâmide será:

$$A_2 = 6^2 + 4.\frac{6.5{,}8}{2} \Rightarrow A_2 = 105{,}6\,cm^2$$

Chamando de t o fator multiplicativo de aumento da área total, temos:

$t.A_1 = A_2 \Rightarrow t = \frac{105{,}6}{96} = 1{,}1$, o que implica dizer que o aumento foi de 10%.