37 e

Sabe-se que

$$(a + b - 3)^2 + (c - 5)^2 = 0$$

com $a \in \mathbb{R}$, $b \in \mathbb{R}$ e $c \in \mathbb{R}$.

Então é verdade que a + b + c é igual a:

a) 3
b) 5
c) 6
d) 7
e) 8

Resolução

$$(a + b - 3)^2 + (c - 5)^2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} a + b - 3 = 0 \\ c - 5 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a + b = 3 \\ c = 5 \end{cases} \Rightarrow a + b + c = 8$$

38 c

Sabe-se que $a^2 - 2bc - b^2 - c^2 = 40$ e $a - b - c = 10$ com a, b e c números reais.

Então o valor de a + b + c é igual a

a) 1
b) 2
c) 4
d) 10
e) 20

Resolução

$$\begin{cases} a^2 - 2bc - b^2 - c^2 = 40 \\ a - b - c = 10 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a^2 - (b + c)^2 = 40 \\ a - b - c = 10 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} (a + b + c)\,(a - b - c) = 40 \\ a - b - c = 10 \end{cases} \Rightarrow a + b + c = 4$$

39 d

O polinômio f(x) dividido por ax + b , com $a \neq 0$, tem quociente q(x) e resto r.

É verdade que o resto da divisão de x . f(x) por $x + \frac{b}{a}$ é:

a) r^2

b) $\frac{a}{b} \cdot r$

c) $\frac{b}{a} \cdot r$

d) $-\frac{b}{a} \cdot r$

e) $-\frac{a}{b} \cdot r$

Resolução

1) $\begin{array}{l|l} f(x) & ax + b \\ \hline r & q(x) \end{array} \Rightarrow f\left(-\frac{b}{a}\right) = r$

2) $\begin{array}{c|l} x\,.\,f(x) & x + \dfrac{b}{a} \\ \hline R & Q\,(x) \end{array} \Rightarrow -\dfrac{b}{a}\,.\,f\left(-\dfrac{b}{a}\right) = R$

3) *De (1) e (2) temos:* $R = -\dfrac{b}{a}\,.\,r$

40 e

Foi apresentado a um exímio calculista, conhecido como o "homem que calculava", o sistema de equações

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = \dfrac{37}{30} \\ x_1x_2 + x_1x_3 + x_2x_3 = \dfrac{1}{2} \\ x_1x_2x_3 = \dfrac{1}{15} \end{cases}$$

e ele rapidamente respondeu: *"Uma solução do sistema é* $x_1 = \dfrac{1}{3}$; $x_2 = \dfrac{1}{2}$; $x_3 = \dfrac{2}{5}$.*"* Em seguida

perguntaram-lhe: qual a soma dos quadrados das raízes da equação $30x^3 - 37x^2 + 15x - 2 = 0$?
De pronto, ele respondeu corretamente.
A sua resposta foi:

a) $\dfrac{7}{300}$

b) $\dfrac{47}{450}$

c) $\dfrac{101}{600}$

d) $\dfrac{437}{750}$

e) $\dfrac{469}{900}$

Resolução

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = \dfrac{37}{30} \\ x_1x_2 + x_1x_3 + x_2x_3 = \dfrac{1}{2} \\ x_1\,x_2\,x_3 = \dfrac{1}{15} \end{cases} \Leftrightarrow \{x_1, x_2, x_3\} \text{ é o conjunto solução}$$

da equação $30\,x^3 - 37\,x^2 + 15x - 2 = 0$

Assim sendo:

$$x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 = \left(\frac{1}{3}\right)^2 + \left(\frac{1}{2}\right)^2 + \left(\frac{2}{5}\right)^2 = \frac{469}{900}$$

41 b

Para participar de um campeonato de futebol, o técnico da FATEC selecionou 22 jogadores, 2 para cada posição. O número de maneiras distintas que o técnico pode formar esse time de modo que nenhum jogador atue fora de sua posição é:

a) 2541
b) 2048
c) 462

d) 231
e) 44

Resolução

Para cada uma das 11 posições existem duas possibilidades. Assim sendo, o número de maneiras distintas que o técnico pode formar esse time de modo que nenhum jogador atue fora de sua posição é igual a

$$2 \,.\, 2 \,.\, \underbrace{2 \,.\, \dots \,.\, 2}_{11 \text{ fatores}} = 2^{11} = 2048$$

42 d

Jogam-se dois dados, exatamente iguais e sem vícios, ambos tendo as faces numeradas de 1 a 6. A probabilidade de se obter a soma dos números nos dois dados igual a 5 é:

a) $\dfrac{1}{6}$

b) 0,1
c) 0,4
d) 0,111...
e) 4%

Resolução

Dos 36 casos possíveis, 4 são favoráveis à soma 5, a saber: (1; 4), (2; 3); (3; 2) e (4; 1).
Portanto, a probabilidade é $p = \dfrac{4}{36} = \dfrac{1}{9} = 0{,}111\dots$

43 a

Em uma festa junina, uma barraca de tiro ao alvo oferece R$15,00 ao participante cada vez que acertar o alvo. Entretanto, se errar, o participante paga R$10,00. Um indivíduo deu 30 tiros e recebeu R$175,00.
Nessas condições, o número de vezes que ele errou o alvo foi:
a) 11
b) 13
c) 17
d) 19
e) 21

Resolução

*Se **a** for o número de acertos e **e** o número de erros,*

então: $\begin{cases} a + e = 30 \\ 15a - 10e = 175 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 19 \\ e = 11 \end{cases}$

44 d

A circunferência que passa pelos pontos O = (0 , 0) , A = (2 , 0) e B = (0 , 3) tem raio igual a:

a) $\dfrac{\sqrt{11}}{4}$

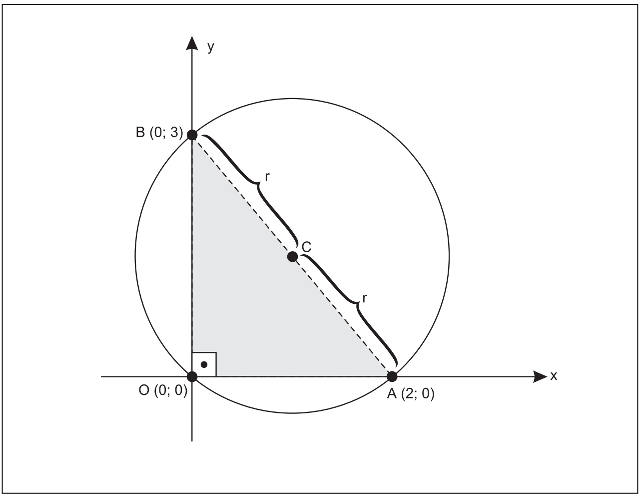
b) $\dfrac{\sqrt{11}}{2}$

c) $\dfrac{\sqrt{13}}{4}$

d) $\dfrac{\sqrt{13}}{2}$

e) $\dfrac{\sqrt{17}}{4}$

Resolução



O triângulo OAB é retângulo em ***O****, portanto a hipotenusa* $\overline{AB}$ *é o diâmetro da circunferência. Então:*

$$r = \frac{d_{A,B}}{2} = \frac{\sqrt{(2-0)^2 + (3-0)^2}}{2} = \frac{\sqrt{13}}{2}$$

45 b

As dimensões do retângulo de área máxima localizado no primeiro quadrante, com dois lados nos eixos cartesianos e um vértice sobre o gráfico de $f(x) = 12 - 2x$ são:

a) 2 e 9

b) 3 e 6

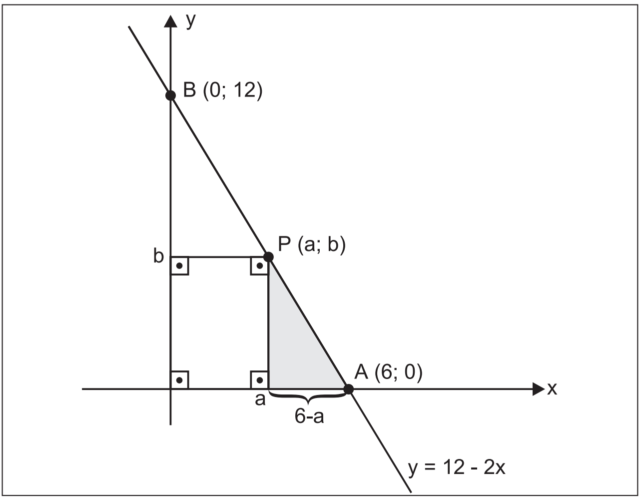
c) $\sqrt{3}$ e $6\sqrt{3}$

d) $2\sqrt{2}$ e $\dfrac{9}{2}\sqrt{2}$

e) $3\sqrt{2}$ e $3\sqrt{2}$

Resolução

A partir do enunciado, temos a figura abaixo:



Na figura, o triângulos semelhantes permitem concluir:

$$\frac{12}{6} = \frac{b}{6-a} \Leftrightarrow b = 12 - 2a \qquad \textbf{(I)}$$

A área do retângulo

$A = a \,.\, b = a \,.\, (12 - 2a) = -2a^2 + 12a$, é máxima para

$$a = \frac{-12}{2 \,.\, (-2)} = 3 \text{ (abscissa do vértice da parábola)}$$

*Em **(I)**, resulta: $b = 12 - 2 \,.\, 3 = 6$.*

As dimensões do retângulo de área máxima, de acordo com o enunciado, são: 3 e 6.

46 a

Na calculadora obtiveram-se os resultados seguintes: log 6 = 0,778 e ln 6 = 1,791. Com estes dados, sem ajuda da calculadora, é verdade que **log e** , com aproximação de três casas decimais, é:

Notação: log 6 $= \log_{10} 6$

ln 6 $= \log_e 6$

a) 0,434

b) 0,778

c) 0,791

d) 1,778

e) 1,791

Resolução

$$\log e = \frac{\log_6 e}{\log_6 10} = \frac{\dfrac{1}{\log_e 6}}{\dfrac{1}{\log_{10} 6}} = \frac{\log_{10} 6}{\log_e 6} =$$

$$= \frac{\log 6}{\ln 6} = \frac{0{,}778}{1{,}791} \cong 0{,}434$$

47 e

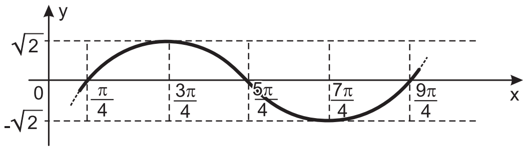
O gráfico que melhor representa a função f, de IR em IR, definida por f(x) = cosx – senx está na alternativa:

Dados:

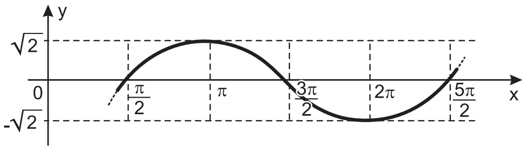
$$\cos a - \cos b = -2 \operatorname{sen} \frac{a+b}{2} \operatorname{sen} \frac{a-b}{2}$$

$$\operatorname{sen} a - \operatorname{sen} b = 2 \operatorname{sen} \frac{a-b}{2} \cos \frac{a+b}{2}$$

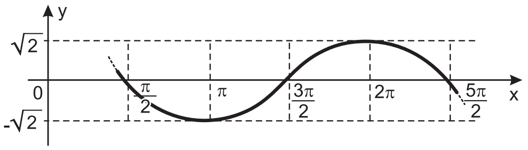
a)



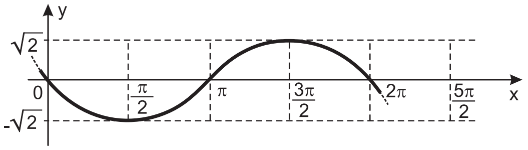
b)



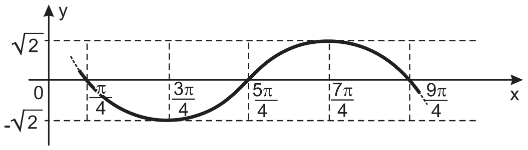
c)



d)



e)



Resolução

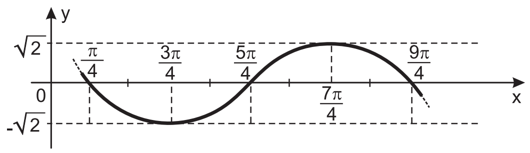
$f(x) = \cos x - \text{sen}\ x = \cos x - \cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right) =$

$= -2\ \text{sen}\left[\frac{x + \left(\frac{\pi}{2} - x\right)}{2}\right] .\ \text{sen}\left[\frac{x - \left(\frac{\pi}{2} - x\right)}{2}\right] =$

$= -2 .\ \text{sen}\left(\frac{\pi}{4}\right) .\ \text{sen}\left(x - \frac{\pi}{4}\right) = -2 . \frac{\sqrt{2}}{2} .\ \text{sen}\left(x - \frac{\pi}{4}\right) \Rightarrow$

$\Rightarrow f(x) = -\sqrt{2}\ \text{sen}\left(x - \frac{\pi}{4}\right)$

O gráfico da função f é, portanto:

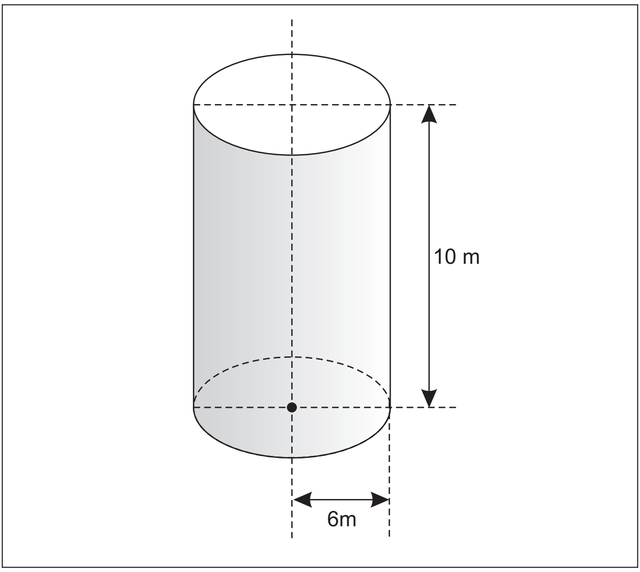


48 C

Um tanque para depósito de combustível tem a forma cilíndrica de dimensões: 10m de altura e 12m de diâmetro. Periodicamente é feita a conservação do mesmo, pintando-se sua superfície lateral externa. Sabe-se que com uma lata de tinta pintam-se 14 m^2 da superfície. Nessas condições, é verdade que a menor quantidade de latas que será necessária para a pintura da superfície lateral do tanque é:

a) 14
b) 23
c) 27
d) 34
e) 54

Resolução



A área lateral de um cilindro circular reto de raio 6m e altura 10m, em m^2, é:

$S_{lateral} = 2 \cdot \pi \cdot 6 \cdot 10 = 120\,\pi$

A menor quantidade de latas de linha necessária para a pintura desta superfície lateral é

$$n = \frac{S_{lateral}}{14m^2} = \frac{120\pi}{14} \cong \frac{120 \times 3,14}{14} \cong 27$$