MATEMÁTICA

19 d

Seja n um número qualquer, inteiro e positivo. Se n é par, divida-o por 2; se n é ímpar, multiplique-o por 3 e adicione 1 ao resultado. Esse procedimento deve ser repetido até que se obtenha como resultado final o número 1. Assim, por exemplo, se n = 12, tem-se:

$12 \to 6 \to 3 \to 10 \to 5 \to 16 \to 8 \to 4 \to 2 \to 1$

Ou seja, foram necessárias 9 passagens até obter-se o resultado 1. Nessas condições, se n = 11, o número de passagens necessárias para obter-se o resultado final 1 será

a) 7 b) 8 c) 11 d) 14 e) 17

Resolução

O número de passagens necessárias para, a partir do 11, obter-se o resultado final 1 é 14 pois:

$11 \to 34 \to 17 \to 52 \to 26 \to 13 \to 40 \to 20 \to 10 \to 5 \to 16 \to 8 \to 4 \to 2 \to 1.$

20 e

Um laboratório iniciou a produção de certo tipo de vacina com um lote de x doses. Se o planejado é que o número de doses produzidas dobre a cada ano, após quanto tempo esse número passará a ser igual a 10 vezes o inicial? (Use: log 2 = 0,30)

a) 1 ano e 8 meses b) 2 anos e 3 meses
c) 2 anos e 6 meses d) 3 anos e 2 meses
e) 3 anos e 4 meses

Resolução

Se o laboratório iniciou a produção da vacina com um lote de x doses, planeja dobrar a produção a cada ano e admitindo-se que esta lei de formação seja válida também para os submúltiplos do ano, a qualidade Q produzida após t anos é dada por $Q(t) = x \cdot 2^t$.

Para que a produção da vacina passe a ser 10 vezes o inicial devemos ter

$$Q(t) = x \cdot 2^t = 10 \cdot x \Leftrightarrow 2^t = 10 \Leftrightarrow t = \log_2 10 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow t = \frac{1}{\log 2} = \frac{1}{0,30} \Leftrightarrow t = \frac{10}{3} \text{ anos} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow t = 3 \text{ anos e } 4 \text{ meses}$$

21 d

Fábio quer arrumar um emprego de modo que, do total do salário que receber, possa gastar $\frac{1}{4}$ com alimentação, $\frac{2}{5}$ com aluguel e R$ 300,00 em roupas e lazer. Se, descontadas todas essas despesas, ele ainda pretende que lhe sobrem no mínimo R$ 85,00, então, para que suas pretensões sejam atendidas, seu salário deve ser no mínimo

a) R$ 950,00 b) R$ 980,00 c) R$ 1 000,00
d) R$ 1 100,00 e) R$ 1 500,00

Resolução

Se x for o salário de Fábio, então

$\frac{1}{4} \cdot x + \frac{2}{5} \cdot x + 300,00 + 85,00 \leq x \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow 5x + 8x + 6\,000,00 + 1\,700,00 \leq 20x \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow 7x \geq 7\,700,00 \Leftrightarrow x \geq 1\,100,00$

22 a

Alfeu, Bento e Cíntia foram a uma certa loja e cada qual comprou camisas escolhidas entre três tipos, gastando nessa compra os totais de R$ 134,00, R$ 115,00 e R$ 48,00, respectivamente.

Sejam as matrizes

$A = \begin{bmatrix} 0 & 3 & 4 \\ 1 & 0 & 5 \\ 2 & 1 & 0 \end{bmatrix}$ e $X = \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}$, tais que:

- os elementos de cada linha de A correspondem às quantidades dos três tipos de camisas compradas por Alfeu (1ª linha), Bento (2ª linha) e Cíntia (3ª linha);
- os elementos de cada coluna de A correspondem às quantidades de um mesmo tipo de camisa;
- os elementos de X correspondem aos preços unitários, em reais, de cada tipo de camisa.

Nessas condições, o total a ser pago pela compra de uma unidade de cada tipo de camisa é

a) R$ 53,00 b) R$ 55,00 c) R$ 57,00
d) R$ 62,00 e) R$ 65,00

Resolução

$$\begin{cases} 3y + 4z = 134 \\ x + 5z = 115 \\ 2x + y = 48 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3y + 4z = 134 \\ y - 10z = -182 \\ 2x + y = 48 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 3y + 4z = 134 \\ 34z = 680 \\ 2x + y = 48 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3y + 4z = 134 \\ z = 20 \\ 2x + y = 48 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} y = 18 \\ z = 20 \\ 2x + y = 48 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 18 \\ z = 20 \\ x = 15 \end{cases} \Rightarrow x + y + z = 53$$

23 c

Um funcionário de certa empresa recebeu 120 documentos para arquivar. Durante a execução da tarefa, fez uma pausa para um café e, nesse instante, percebeu que já havia arquivado $\frac{1}{n-1}$ do total de documentos $(n \in \mathbb{N} - \{0,1\})$. Observou também que, se tivesse arquivado 9 documentos a menos, a quantidade arquivada corresponderia a $\frac{1}{n + 2}$ do total.

A partir do instante da pausa para o café, o número de documentos que ele ainda deverá arquivar é

a)92 b) 94 c) 96 d) 98 e) 100

Resolução

No instante da pausa para o café o funcionário havia arquivado $\frac{1}{n-1} \cdot 120$ *documentos. Se tivesse arquivado 9 documentos a menos teria arquivado* $\frac{1}{n-1} \cdot 120 - 9$.

Como, $\frac{1}{n-1} \cdot 120 - 9 = \frac{1}{n+2} \cdot 120 \Leftrightarrow$

$$\Leftrightarrow 120\left(\frac{1}{n-1} - \frac{1}{n+2}\right) = 9 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 120 \cdot \left(\frac{3}{(n-1)(n+2)}\right) = 9 \Leftrightarrow (n-1)(n+2) = 40 \Leftrightarrow$$

$\Leftrightarrow n = 6$*, pois* $n \in \mathbb{N} - \{0; 1\}$*. No instante da pausa para o café, o funcionário havia arquivado* $\frac{1}{6-1} \cdot 120 = 24$ *documentos restando arquivar* $(120 - 24) = 96$ *documentos.*

24 b

No saguão de um teatro, há um lustre com 10 lâmpadas, todas de cores distintas entre si. Como medida de economia de energia elétrica, o gerente desse teatro estabeleceu que só deveriam ser acesas, simultaneamente, de 4 a 7 lâmpadas, de acordo com a necessidade. Nessas condições, de quantos modos distintos podem ser acesas as lâmpadas desse lustre?

a) 664 b) 792 c) 852 d) 912 e) 1 044

Resolução

O número de maneiras distintas de se acender 4, 5, 6 ou 7 das 10 lâmpadas é igual a

$$C_{10,4} + C_{10,5} + C_{10,6} + C_{10,7} =$$

$$= \frac{10!}{4!6!} + \frac{10!}{5!5!} + \frac{10!}{6!4!} + \frac{10!}{7!3!} =$$

$$= 210 + 252 + 210 + 120 = 792$$

25 c

Geometricamente, o módulo de um número complexo z é dado pela distância da origem O do plano complexo ao ponto imagem de z. Assim, dado o complexo z = 3+2i, considere o triângulo ABO, cujos vértices A e B são os respectivos pontos imagem de z e z.i. É verdade que esse triângulo é

a) eqüilátero.
b) escaleno.
c) retângulo e isóceles.
d) retângulo e não isóce-

les.
e) isósceles e não retângulo.

Resolução

Seja z = 3 + 2i e z . i = (3 + 2i) . i = – 2 + 3i. Os pontos que representam z e z . i são respectivamente A(3;2) e B(– 2;3).

Como $OA = \sqrt{3^2 + 2^2} = \sqrt{13}$ *e* $OB = \sqrt{(-2)^2 + 3^2} = \sqrt{13}$

, o triângulo ABO é isósceles e sendo os coeficientes angulares $m_{OA} = \frac{2}{3}$ *e* $m_{OB} = -\frac{3}{2}$ *pode-se concluir que é o triângulo ABO é retângulo. Portanto o triângulo ABO é retângulo é isósceles.*

26 a

Um paralelepípedo retângulo tem suas dimensões dadas, em centímetros, pelas expressões x – 4, x – 3 e $\frac{2x + 3}{n + 2}$, nas quais x é um número racional maior d o

que 4. Se o volume do paralelepípedo é 30 cm^3, então sua área total, em centímetros quadrados, é

a) 62 b) 54 c) 48 d) 31 e) 27

Resolução

Se as dimensões de um paralelepípedo retângulo, em cm, são dadas por (x – 4) . (x – 3) e $\left(\frac{2x + 3}{3}\right)$ *e o volume é 30 cm*^{3}*, temos:*

$$(x - 4) . (x - 3) . \left(\frac{2x + 3}{3}\right) = 30 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 2 . x^3 - 11 . x^2 + 3 . x - 54 = 0$$

Sabendo que ***x*** *é um número racional maior que 4, verifica-se que x = 6 (divisor de 54) é raiz da equação, pois:* $2 . 6^3 - 11 . 6^2 + 3 . 6 - 54 = 0$.

Como: $2x^3 - 11x^2 + 3x - 54 = 0 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow (x - 6) . (2x^2 + x + 9) = 0 \Leftrightarrow x = 6$*, pois as raízes da equação* $2x^2 + x + 9 = 0$ *são complexas.*

Para x = 6, as dimensões do paralelepípedo resultam: 2; 3 e 5 e a área total (em cm^2*) é:*

$A_{total} = 2 . (2 . 3 + 2 . 5 + 3 . 5) = 62$

27 e

A tira seguinte mostra o Cebolinha tentando levantar um haltere, que é um aparelho feito de ferro, composto de duas esferas acopladas a um bastão cilíndrico.

Suponha que cada esfera tenha 10,5 cm de diâmetro e que o bastão tenha 50 cm de comprimento e diâmetro da base medindo 1,4 cm. Se a densidade do ferro é $7,8 \text{ g/cm}^3$, quantos quilogramas, aproximadamente, o Cebolinha tentava levantar? $\left(\text{Use: } \pi = \dfrac{22}{7}\right)$

a) 18 b) 16 c) 15 d) 12 e) 10

Resolução

Em cm^3, o volume de cada esfera é

$$V_E = \frac{4}{3}\pi \cdot \left(\frac{10,5}{2}\right)^3 = \frac{4}{3} \cdot \frac{22}{7} \cdot \frac{10,5 \cdot (10,5)^2}{8} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow V_E = \frac{11 \cdot (10,5)^2}{2}$$

Em cm^3, o volume do bastão é:

$$V_C = \pi \cdot \left(\frac{1,4}{2}\right)^2 \cdot 50 = \frac{22}{7} \cdot \left(\frac{7}{10}\right)^2 \cdot 50 = 11 \cdot 7 = 77$$

Em cm^3, o volume do haltere é:

$$V = 2V_E + V_C = 2 \cdot \frac{11 \cdot (10,5)^2}{2} + 77 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow V = 11 \cdot [10,5)^2 + 7] = 1289,75$$

A massa ***m*** *do haltere é, portanto,*

$$m = 1289,75 \cdot 7,8 \text{ g} \simeq 10060\text{g} \simeq 10\text{kg}$$